



**Schulinterner Lehrplan
zum Kernlehrplan für die Sekundarstufe II
für das Fach**

Mathematik

(gültig für die jetzige Q2)

(Stand: November 2017)

Inhalt

	Seite
1. Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit	3
2. Entscheidungen zum Unterricht	4
2.1 Unterrichtsvorhaben	4
2.1.A. Einführungsphase	4
2.1.B. Qualifikationsphase Grundkurs	15
2.1.C. Qualifikationsphase Leistungskurs	32
2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit	53
2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung	54
2.4 Lehr- und Lernmittel	54
3. Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen	55
4. Qualitätssicherung und Evaluation	55

1. Rahmenbedingungen der fachlichen Arbeit

Das Fach Mathematik wird im Ville-Gymnasium in den Klassenräumen bzw. allgemeinen Kursräumen unterrichtet. Es gibt keine speziellen Fachräume für Mathematik. Die Sammlung der Fachschaft Mathematik verfügt über die notwendigen Materialien zur Anschauung (z.B. Modelle Platonischer Körper) sowie die auch von den Schülern zu beherrschenden Hilfsmittel insbesondere im Bereich Geometrie (z.B. Tafel- und Folienzirkel, Tafelgeodreiecke).

Die Schule verfügt über ein Selbstlernzentrum mit internetfähigen Computern, die gut für Rechercheaufträge genutzt werden können. Für größere Projekte stehen auch Informatikräume mit Computern zur Verfügung, die im Vorfeld reserviert werden müssen. Die Computer in diesen Räumen verfügen über die dynamische Geometriesoftware GEOGEBRA und die Tabellenkalkulationsprogramme EXCEL und CALC.

Das Fach Mathematik wird als Pflichthauptfach in allen Jahrgangsstufen als schriftliches Fach unterrichtet. In der Qualifikationsphase wird mindestens ein Leistungskurs angeboten. Die Verteilung der Wochenstundenzahlen in der Sekundarstufe I und II ist wie folgt:

Jg.	
5	M (4)
6	M (4)
7	M (4)
8	M (4)
9	M (3)
10	M (3)
11	M(3/5)
12	M (3/5)

Der Mathematikunterricht soll Interesse an innermathematischen sowie anwendungsbezogenen Fragestellungen wecken und die Grundlage für das Lernen in Studium und Beruf in diesem Bereich vermitteln. Dabei werden die mathematisch notwendigen Kenntnisse, welche die Voraussetzung für wissenschaftliches wie anwendungstheoretisches Handeln bilden, gefordert und gefördert.

2. Entscheidungen zum Unterricht

2.1 Unterrichtsvorhaben

Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

Hinweis: Thema, Inhaltsfelder, inhaltliche Schwerpunkte und Kompetenzen hat die Fachkonferenz des Ville-Gymnasiums verbindlich vereinbart. In allen anderen Bereichen sind Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bei der Konkretisierung der Unterrichtsvorhaben möglich.

2.1.A. Einführungsphase

Übersicht über die Unterrichtsvorhaben in der Einführungsphase

E-Phase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	ca. 15
II	E-A2	ca. 12
III	E-A3	ca. 12
IV	E-A4	ca. 12
V	E-S1	ca. 9
VI	E-S2	ca. 9
VII	E-G1	ca. 6
VIII	E-G2	ca. 9
	Summe:	ca. 84

Einführungsphase Funktionen und Analysis (A)

<p>Thema: <i>Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)</i></p>	
<p>Zu entwickelnde Kompetenzen</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie von quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen) an und deuten die zugehörigen Parameter <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>mathematisieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter oder grafikfähige Taschenrechner 	<p>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</p> <p>Im Rahmen des Bausteins werden auch die Symmetrieeigenschaften, das Globalverhalten und Nullstellen untersucht.</p> <p>Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich vermittelt und geübt. Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote Rechnung getragen (Vertiefungskurs).</p> <p>Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Werkzeuge gerichtet werden.</p>
<p>Thema: <i>Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate (E-A2)</i></p>	

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsraten und interpretieren sie im Kontext • erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate • deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten • deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/Tangentensteigung • bestimmen Gleichungen von Tangenten • beschreiben und interpretieren Änderungsraten funktional (Ableitungsfunktion) • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • leiten Funktionen graphisch ab • nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): <i>Argumentieren (Vermuten)</i> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Vermutungen auf • unterstützen Vermutungen beispielgebunden • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur 	<p>Mögliche Sachzusammenhänge können z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofile, Temperaturmessungen, Aktienkurse, Wirk- oder Schadstoffkonzentrationen, Kosten- und Ertragsentwicklungen sein. Hier bieten sich auch fächerverbindende Betrachtungen an, indem man den Zusammenhang zwischen Zeit-Weg-Funktion und Zeit-Geschwindigkeits-Funktion in der Physik thematisiert.</p> <p>Tabellenkalkulation oder Dynamische-Geometrie-Software können zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzwertprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten eingesetzt werden.</p> <p>Ableitungen werden als Grenzwerte von Differenzenquotienten in der h enthaltenen Form definiert und berechnet. Dazu wird die Limes-Schreibweise eingeführt.</p> <p>Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. An dieser Stelle gilt es, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren.</p>

<p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zur grafischen Darstellung von Funktionen • nutzen digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen 	
---	--

Thema: *Von den Potenzfunktionen zu den ganzrationalen Funktionen (E-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen die Ableitungsregeln für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten • wenden Potenz-, Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • analysieren und strukturieren die Problemsituation • erkennen Muster und Beziehungen • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur 	<p>Kontexte spielen in diesem Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle. Quadratische Funktionen können aber häufig als Zeit-Weg-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden.</p>

<ul style="list-style-type: none"> • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen 	
---	--

Thema: *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • wenden Potenz-, Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an • lösen ohne digitale Hilfsmittel Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen • bestimmen Schnittpunkte der Graphen ganzrationaler Funktionen mit den Koordinatenachsen • verwenden notwendige und hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrempunkten und Wendepunkten • unterscheiden lokale und globale Extrema • verwenden am Graphen oder Funktionsterm einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen 	<p>Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und den Nullstellen ihrer Ableitungsfunktion untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt.</p> <p>Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des GTR gegeben.</p> <p>Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. im Falle der Stetigkeit Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse.</p>

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Beziehungen
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie

Die simultane Betrachtung beider Ableitungen führt nach der Behandlung des Vorzeichen-Wechsel-Kriteriums zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet.

Einführungsphase Stochastik (S)

Thema: Modellierung von Zufallsprozessen (E-S1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln • modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier- oder Mehrfeldertafeln <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>mathematisieren</i>) <p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p>	<p>Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren.</p> <p>Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert können im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.</p> <p>Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet.</p> <p>Im Hinblick auf den Baustein E-S2 wird schon bei der Einführung in die Stochastik darauf geachtet, dass sprachliche Formulierungen in Sachzusammenhängen korrekt mathematisiert oder modelliert werden.</p>

<ul style="list-style-type: none"> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Generieren von Zufallszahlen, Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Erstellen von Diagrammen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen, Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert) 	
--	--

Thema: *Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S2)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten • prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit • bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): <i>Modellieren</i> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>validieren</i>) <p><i>Kommunizieren</i> <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathemathikhaltigen Texten 	<p>Als Einstiegskontext zur Erarbeitung des fachlichen Inhaltes könnte das HIV-Testverfahren dienen, eine Möglichkeit zur Vertiefung böte dann die Betrachtung eines Diagnostetests zu einer häufiger auftretenden Erkrankung (z. B. Grippe). Um die Übertragbarkeit des Verfahrens zu sichern, sollen insgesamt mindestens zwei Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden.</p> <p>Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.</p>

- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen

Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: <i>Koordinatisierungen des Raumes (E-G1)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum • stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar <p>Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>mathematisieren</i>) <p>Kommunizieren (Produzieren) <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen 	<p>An geometrischen Modellen lernen die Schülerinnen und Schüler, ihr räumliches Vorstellungsvermögen zu entwickeln.</p>

Thema: Vektoren (E-G2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
- stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität
- weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus

Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

Die Unterscheidung skalarer und vektorielles Größen zeigt eine Anwendungsmöglichkeit von Vektoren in der Physik.

2.1.B. Q-Phase Grundkurs

Q-Phase Grundkurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: Fortführung der Differentialrechnung(Q-GK-A1)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)• beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung• beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme• wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind• wenden weitere Ableitungsregeln an (Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel)• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext• bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)	<p>Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A4) werden an einem Beispiel in einem geeigneten Kontext (z. B. Fotos von Brücken, Gebäuden, Flugbahnen) die Parameter einer ganzrationalen Funktion bestimmt.</p> <p>Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung des Vorzeichens der zweiten Ableitung einer Funktion als Krümmungsrichtung des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten.</p> <p>Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.</p>

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden, Berechnen und Darstellen

Thema: Optimierungsprobleme (Q-GK-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- führen Optimierungsprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen sie

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*validieren*)

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (*erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...)

An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten.

Stellen extremerer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte thematisiert.

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none">• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>lösen</i>)• berücksichtigen einschränkende Bedingungen• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>reflektieren</i>) | |
|--|--|

Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-GK-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Funktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion

Prozessbezogene Kompetenzen:

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*produzieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsrate. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge).

Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Thema: *Bestimmung von Integralen (Q-GK-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Stammfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale mithilfe gegebener Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate
- bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen
- bestimmen Integrale mithilfe gegebener Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf (*vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*begründen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist.

Hier sind Anwendungen aus der Physik sinnvoll, da viele Größen sich durch Bildung einer Stammfunktion bestimmen lassen, z.B. der zurückgelegte Weg aus der Geschwindigkeit, geflossene Ladung aus der Stromstärke, abgegebene Energie aus Leistung.

In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.

Die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert wird, wird an verschiedenen Beispielen eingeübt.

Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- Verwenden digitale Werkzeuge zur Bestimmung von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph, x-Achse und Parallelen zur y-Achse
- Ermitteln die Werte bestimmter Integrale

Thema: *Exponentialfunktionen (Q-GK-A5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang
- bilden die Ableitungsfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
- wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an
- wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (*lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*reflektieren*).

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Es werden die Eigenschaften allgemeiner Exponentialfunktionen zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Hier kann auf die Bedeutung exponentieller Wachstums- und Zerfallsprozesse in der Natur eingegangen werden, wozu sich sowohl Beispiele aus der Biologie (Vermehrung von Bakterien), als auch aus der Physik (radioaktiver Zerfall), als auch aus der Chemie (Zusammenhang zwischen pH-Wert und Konzentration bestimmter Ionen) anbieten.

<p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• verwenden digitale Werkzeuge zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen und zur grafischen Bestimmung von Steigungen• entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus• nutzen digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen	
--	--

2.1.C. Q-Phase Grundkurs

Q-Phase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Gleichungen von Geraden und Ebenen in Parameterform(Q-GK-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Gleichungen für Geraden und Strecken in Parameterform dar
- interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext
- stellen Ebenengleichungen in Parameterform dar

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen dargestellt.

Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen auch hilfsmittelfrei durchgeführt werden.

Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“).

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle (Stifte, Tische etc.) und Dynamische-Geometrie-Software

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (*begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (*begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*beurteilen*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*reflektieren*)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*rezipieren*)
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (*produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*produzieren*)
- vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (*diskutieren*)

Thema: Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen (Q-GK-G2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden
- untersuchen Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen heuristische Hilfsmittel aus, um die Situation zu erfassen (*erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*lösen*)
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*reflektieren*)
- beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (*reflektieren*)
- analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (*reflektieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen.

Die Untersuchung von Schattenwürfen motiviert eine Fortführung der systematischen Auseinandersetzung mit linearen Gleichungssystemen, mit der Matrix-Vektor-Schreibweise oder mit dem Gauß-Verfahren.

Die Lösungsmengen werden unter Anderem mit dem GTR bestimmt, wichtig dann die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.

Thema: Skalarprodukt (Q-GK-G3)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>erkunden</i>) • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>lösen</i>) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>lösen</i>) 	<p>Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt.</p>

Q-Phase Grundkurs Stochastik (S)

Thema: *Übergänge und Prozesse (G-GK-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen • verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände) <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (strukturieren) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (mathematisieren) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (mathematisieren) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (validieren) <p>Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>vermuten</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>begründen</i>) 	<p>Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.</p> <p>Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.</p>

<ul style="list-style-type: none"> • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>beurteilen</i>) 	
--	--

<p>Thema: Stochastische Modelle, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihre Kenngrößen (Q-GK-S2)</p>	
<p>Zu entwickelnde Kompetenzen</p>	<p>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</p>
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>validieren</i>) 	<p>Anhand verschiedener Realsituationen (z.B. Glücksspiele) wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.</p> <p>Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.</p> <p>Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert.</p>

Thema: *Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente • erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen • schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter Modelle für die Fragestellung (<i>validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>validieren</i>) 	<p>Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.</p> <p>Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.</p> <p>Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.</p> <p>Während sich die Berechnung des Erwartungswertes anschaulich fast unmittelbar erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.</p> <p>Im Unterricht wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ-Umgebung des Erwartungswertes liegen.</p> <p>Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</p> <p>In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die</p>

Werkzeuge nutzen*Die Schülerinnen und Schüler*

- nutzen verschiedene digitale Werkzeuge zum Generieren von Zufallszahlen
Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen
Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
- Variieren der Parameter von Binomialverteilungen
Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)

Argumentieren*Die Schülerinnen und Schüler*

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*begründen*)
verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (*begründen*)

Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:

- die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment
- die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette
- die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße
- die Unabhängigkeit der Teilstufen des Experiments
- die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p

Eine Stichprobenentnahme kann auch auf dem GTR simuliert werden.

2.1.C. Qualifikationsphase Leistungskurs

Q-Phase Leistungskurs Funktionen und Analysis (A)

Thema: Fortführung der Differentialrechnung (Q-LK-A1)	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen• bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“)• beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung• beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme• wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind• wenden weitere Ableitungsregeln an (Produktregel, Quotientenregel, Kettenregel)• interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext• bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung) <p>Prozessbezogene Kompetenzen: <i>Modellieren</i></p>	<p>Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A4) werden in unterschiedlichen Kontexten die Parameter einer ganzrationalen Funktion angepasst.</p> <p>Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung des Vorzeichens der zweiten Ableitung einer Funktion als Krümmungsrichtung des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten.</p> <p>Im Zusammenhang mit unterschiedlichen Kontexten werden aus gegebenen Eigenschaften (Punkten, Symmetrieüberlegungen, Bedingungen an die 1. und 2. Ableitung) Gleichungssysteme für die Parameter ganzrationaler Funktionen entwickelt.</p> <p>Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.</p>

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden, Berechnen und Darstellen

Thema: Optimierungsprobleme (Q-LK-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. Die Lernenden sollten deshalb ausreichend Zeit bekommen, mit Methoden des kooperativen Lernens selbstständig zu Zielfunktionen zu kommen und dabei unterschiedliche Lösungswege zu entwickeln.

An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten.

Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen.

<p>Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>erkunden</i>)• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (<i>erkunden</i>)• nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Verallgemeinern ...) (<i>lösen</i>)• setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>lösen</i>)• berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>lösen</i>)• vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>reflektieren</i>)	
---	--

Thema: *Von der Änderungsrate zum Bestand (Q-LK-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer Funktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate

Prozessbezogene Kompetenzen:

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus [...] mathemathhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*produzieren*)
- wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus (*produzieren*)
- wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (*produzieren*)
- dokumentieren Arbeitsschritte nachvollziehbar (*produzieren*)
- erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (*produzieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen (Geschwindigkeit - Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge) werden. Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweise Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert.

Thema: *Bestimmung von Integralen (Q-LK-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- deuten die Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs
- bestimmen Stammfunktionen ganzzahliger Funktionen
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen oder aus Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen
- bestimmen Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die x-Achse entstehen mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf (*vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*begründen*)
- verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (*begründen*)
- erklären vorgegebene Argumentationen und mathematische Beweise (*begründen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Schülerinnen und Schüler sollen hier erfahren, dass die Integralfunktion J_a einer Funktion eine ihrer Stammfunktionen ist, sofern solche existieren.

Die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert wird, wird an verschiedenen Beispielen eingeübt.

Hier sind Anwendungen aus der Physik sinnvoll, da viele Größen sich durch Bildung einer Stammfunktion bestimmen lassen, z.B. der zurückgelegte Weg aus der Geschwindigkeit, geflossene Ladung aus der Stromstärke, abgegebene Energie aus Leistung.

Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen.

- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*beurteilen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- verwenden digitale Werkzeuge zur Bestimmung von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph, x-Achse und Parallelen zur y-Achse

Thema: *Exponentialfunktionen und Logarithmus (Q-LK-A5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und begründen die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
 - natürliche Exponentialfunktion
 - Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
 - natürliche Logarithmusfunktion
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $x \rightarrow 1/x$.
- verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme)(*lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*reflektieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Es werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen.

Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion können genutzt werden, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.

Hier kann auf die Bedeutung exponentieller Wachstums- und Zerfallsprozesse in der Natur eingegangen werden, wozu sich sowohl Beispiele aus der Biologie (Vermehrung von Bakterien), als auch aus der Physik (radioaktiver Zerfall), als auch aus der Chemie (Zusammenhang zwischen pH -Wert und Konzentration bestimmter Ionen) anbieten.

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden digitale Werkzeuge zum zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen und zur grafischen Bestimmung von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Q-Phase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Gleichungen von Geraden und Ebenen in Parameterform (Q-LK-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Geradengleichungen in Parameterform auf • interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext • stellen geradlinig begrenzte Punktmengen mit Gleichungen in Parameterform dar • stellen Ebenengleichungen in Parameter, Normalen- und Koordinatenform auf • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>mathematisieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>validieren</i>) 	<p>Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen dargestellt.</p> <p>Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen erlauben die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen.</p>

<p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle und Dynamische-Geometrie-Software 	
<p>Thema: <i>Lagebeziehungen zwischen Geraden und Ebenen (Q-LK-G2)</i></p>	
<p>Zu entwickelnde Kompetenzen</p>	<p>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</p>
<p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lagebeziehungen zwischen Gerade und Gerade, zwischen Ebene und Ebene und zwischen Gerade und Ebene • berechnen Schnittpunkte von Gerade und Gerade, von Gerade und Ebene und von Ebene und Ebene • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an • interpretieren die Lösungsmenge linearer Gleichungssysteme <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>vermuten</i>) 	<p>Die Berechnung des Schnittpunkts zweier Geraden ist eingebettet in die Untersuchung von Lagebeziehungen. Die Existenzfrage führt zur Unterscheidung der vier möglichen Lagebeziehungen.</p> <p>Hinweis: Angesichts des begrenzten Zeitrahmens ist es wichtig, den Fokus der Unterrichtstätigkeit nicht auf die Vollständigkeit einer „Rezeptsammlung“ und deren hieb- und stichfeste Einübung zu allen denkbaren Varianten zu legen, sondern bei den Schülerinnen und Schülern prozessbezogene Kompetenzen zu entwickeln, die sie in die Lage versetzen, problemhaltige Aufgaben zu bearbeiten und dabei auch neue Anregungen zu verwerten.</p> <p>Bei der Durchführung der Lösungswege können die Schülerinnen und Schüler auf das entlastende Werkzeug des GTR zurückgreifen.</p>

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (*begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige/hinreichende Bedingung, Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder- Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (*begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*beurteilen*)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*rezipieren*)
- verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (*produzieren*)
- vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (*diskutieren*)

Werkzeuge

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen Durchführen von Operationen mit Vektoren und Matrizen

Thema: *Skalarprodukt und Abstandsprobleme (Q-LK-G3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)
- bestimmen Abstände zwischen Punkt und Gerade, sowie zwischen Punkt und Ebene

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*erkunden*)
- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*reflektieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt.
In Anwendungskontexten wird entdeckt, wie der Abstand eines Punktes von einer Geraden u. a. über die Bestimmung eines Lotfußpunktes ermittelt werden kann.

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden.

Abstände von Punkten zu Geraden und zu Ebenen ermöglichen es z. B., die Fläche eines Dreiecks oder die Höhe und das Volumen einer Pyramide zu bestimmen.

In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben.

Q-Phase Leistungskurs Stochastik (S)

Thema: *Übergänge und Prozesse (Q-LK-S1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben stochastische Prozesse mithilfe von Zustandsvektoren und stochastischen Übergangsmatrizen
- verwenden die Matrizenmultiplikation zur Untersuchung stochastischer Prozesse (Vorhersage nachfolgender Zustände, numerisches Bestimmen sich stabilisierender Zustände)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*validieren*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*begründen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die Behandlung stochastischer Prozesse sollte genutzt werden, um zentrale Begriffe aus Stochastik (Wahrscheinlichkeit, relative Häufigkeit) und Analysis (Grenzwert) mit Begriffen und Methoden der Linearen Algebra (Vektor, Matrix, lineare Gleichungssysteme) zu vernetzen. Schülerinnen und Schüler modellieren dabei in der Realität komplexe Prozesse, deren langfristige zeitliche Entwicklung untersucht und als Grundlage für Entscheidungen und Maßnahmen genutzt werden kann.

Untersuchungen in unterschiedlichen realen Kontexten führen zur Entwicklung von Begriffen zur Beschreibung von Eigenschaften stochastischer Prozesse (Potenzen der Übergangsmatrix, Grenzmatrix, stabile Verteilung). Hier bietet sich eine Vernetzung mit der Linearen Algebra hinsichtlich der Betrachtung linearer Gleichungssysteme und ihrer Lösungsmengen an.

Eine nicht obligatorische Vertiefungsmöglichkeit besteht darin, Ausgangszustände über ein entsprechendes Gleichungssystem zu ermitteln und zu erfahren, dass der GTR als Hilfsmittel dazu die inverse Matrix bereitstellt.

<ul style="list-style-type: none"> • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>beurteilen</i>) 	
--	--

<p>Thema: Stochastische Modelle, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S2)</p>	
<p>Zu entwickelnde Kompetenzen</p> <p>Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen <p>Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>validieren</i>) 	<p>Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen</p> <p>Anhand verschiedener Realsituationen (z.B. Glücksspiele) wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.</p> <p>Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert.</p> <p>Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert.</p>

Thema: *Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen digitale Werkzeuge zum Generieren von Zufallszahlen und Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Der Einsatz des GTR zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.

Thema: *Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen
- nutzen die σ -Regeln für prognostische Aussagen
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*erkunden*)
- erkennen Muster und Beziehungen (*erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (*lösen*)
- interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (*reflektieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung des GTR.

Das Konzept der σ -Umgebungen wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben und den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen.

<p>Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i></p> <ul style="list-style-type: none">• nutzen digitale Werkzeuge zum Variieren der Parameter von Binomialverteilungen, Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen, Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung), Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen	
--	--

Thema: Normalverteilungen (Q-LK-S5)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion
- untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen
- beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*strukturieren*)
- übersetzen komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*validieren*)

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen (*erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*lösen*)
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*lösen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Daher bietet sich ein Einstieg durch Summenverteilungen an.

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge

Thema: *Testen von Hypothesen (Q-LK-S6)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Hypothesentests bezogen auf den Sachkontext und das Erkenntnisinteresse
- beschreiben und beurteilen Fehler 1. und 2. Art

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten und Darstellungen, aus mathematischen Fachtexten sowie aus Unterrichtsbeiträgen (*Rezipieren*)
- formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (*Produzieren*)
- führen Entscheidungen auf der Grundlage fachbezogener Diskussionen herbei (*Diskutieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Zentral ist das Verständnis der Idee des Hypothesentests, d. h. mit Hilfe eines mathematischen Instrumentariums einzuschätzen, ob Beobachtungen auf den Zufall zurückzuführen sind oder nicht. Ziel ist es, die Wahrscheinlichkeit von Fehlentscheidungen möglichst klein zu halten. Die Logik des Tests soll dabei an datengestützten gesellschaftlich relevanten Fragestellungen in alltäglichen empirischen Phänomenen entwickelt werden.

Im Rahmen eines realitätsnahen Kontextes werden folgende Fragen diskutiert:

- Welche Hypothesen werden aufgestellt? Wer formuliert diese mit welcher Interessenlage?
- Welche Fehlentscheidungen treten beim Testen auf? Welche Konsequenzen haben sie?

Durch Untersuchung und Variation gegebener Entscheidungsregeln werden die Bedeutung des Signifikanzniveaus und der Wahrscheinlichkeit des Auftretens von Fehlentscheidungen 1. und 2. Art zur Beurteilung des Testverfahrens erarbeitet.

2.2 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

Unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind und weitere fachspezifische Grundsätze.

Überfachliche Grundsätze:

- 1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
- 2) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
- 3) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
- 4) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
- 5) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
- 6) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
- 7) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
- 8) Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
- 9) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
- 10) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
- 11) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
- 12) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

Fachliche Grundsätze:

- 13) Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
- 14) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.

- 15) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
- 16) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
- 17) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
- 18) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
- 19) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

2.3 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

Die fachspezifischen Grundsätze der Leistungsbewertung sind im Leistungskonzept des Ville-Gymnasiums festgelegt.

2.4 Lehr- und Lernmittel

- Lambacher Schweizer – Ausgabe NRW – Einführungsphase,
ISBN 978-3-12-735431-7
- Bigalke / Köhler – Qualifikationsphase Grundkurs – Cornelsen
ISBN 978-3-06-041913-5
- Elemente der Mathematik – Qualifikationsphase Leistungskurs – Leistungskurs – Schroedel
ISBN 978-3-507-87991-1
- Graphikfähiger Taschenrechner CASIO fx-CG 20

3 Entscheidungen zu fach- und unterrichtsübergreifenden Fragen

Der Fachkoordinator Naturwissenschaften übernimmt die Absprachen zwischen den Fachbereichen.

4 Qualitätssicherung und Evaluation

Das schulinterne Curriculum wird einmal jährlich in der Fachkonferenz evaluiert.

